International Journal of Theoretical Physics, Vol. 1, No. 1 (1968), pp. 1–24.

La Thermodynamique relativiste et la Thermodynamique cachée des particules

M. LOUIS DE BROGLIE

1. THERMODYNAMIQUE RELATIVISTE

1. *Introduction*

Dès les débuts du développement de la théorie de la Relativité, divers auteurs ont cherché à introduire en Thermodynamique les conceptions fondamentales de cette théorie. C'est principalement Max Planck et von Laue qui ont établi les bases de la Thermodynamique relativiste. Ils ont démontré par des raisonnements qui n'ont jamais été contestés que l'entropie est un invariant et que, par suite, l'entropie joue en Thermodynamique le même rôle d'invariant fondamental que l'action en Dynamique relativiste. Puis ils ont démontré par un raisonnement dont nous reproduirons plus loin le principe que la chaleur contenue dans un corps se transforme quand on passe d'un système de référence où l'ensemble du corps est immobile à un système de référence où il est en mouvement avec la vitesse βc suivant la formule $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$. La formule bien connue $dS = dQ/T$ qui définit l'entropie S montre donc que pour le même changement de système de référence, puisque l'on a $S = S_0$, on doit avoir $T = T_0\sqrt{(1-\beta^2)}$.

Les formules de Planck et Laue ont été pendant longtemps très généralement adoptées par la plupart des auteurs qui se sont occupés de Thermodynamique relativiste. Mais dans ces derniers temps, elles ont été contestées par divers théoriciens. Certains d'entre eux sont partis de l'idée que, la chaleur étant une forme de l'énergie, on devait admettre le même formule de transformation pour ces deux grandeurs et que, la formule de transformation de l'énergie étant $W = W_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$, on devait admettre pour la chaleur la formule $Q = Q_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ qui entraine pour la température, en raison de l'invariance de l'entropie la formule de transformation, $T = T_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$. Mais cette assimilation me parait inexacte. Quand un corps contenant de la chaleur est en mouvement, il faut distinguer l'énergie calorifique Q qu'il contient dans son intérieur et transporte avec lui de son énergie de translation d'ensemble E_t de sorte que l'énergie totale du corps chaud en mouvement est donnée par la formule $W = Q + E_t$. La présence du terme E_t au second membre de cette relation fait qu'il n'y a aucune raison pour que W et Q se transforme de la même façon.

Comme les formules $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ et $T = T_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ sont à la base de la théorie que je développe depuis plusieurs années sous le nom de Thermodynamique cachée des particules (de Broglie, 1964a, b), j'ai été amené dans ces derniers temps à beaucoup réfléchir à la manière de les justifier et je suis aujourd'hui tout à fait convaincu que ces formules sont exactes, du moins dans les cas où je les emploie.

Je n'ai pas l'intention de développer complètement ici la Thermodynamique relativiste. En effet, le but du présent article est seulement de montrer le lien étroit qui existe entre la Thermodynamique relativiste et les idées générales qui m'avait guidé, il y a près de 45 ans, quand j'ai découvert les principes de la Mécanique ondulatoire et qui m'ont conduit récemment à ma Thermodynamique cachée des particules.

Les raisonnements qui suivent ne s'appliquent qu'au cas des corps qui sont constamment en équilibre thermodynamique et notamment aux corps quasi-ponctuels de très petites dimensions comme les particules. Le cas des corps étendus qui ne sont pas en équilibre thermodynamique (par exemple de ceux qui sont parcourus par un flux de chaleur ou une onde de compression) doit faire l'objet d'une analyse plus détaillée que nous n'aborderons pas ici. Mais ces raisonnements ne peuvent pas changer d'une façon essentielle les résultats obtenus dans ce qui suit.

2. *Un Théorème Fondamental d'Einstein*

Avant d'aborder l'étude de la formule de transformation de la chaleur, nous allons rappeler un théorème fondamental d'Einstein relatif à l'inertie de l'énergie.

Nous considérons un corps formé de molécules de masse propre m_0 animée d'une agitation calorifique et en équilibre thermodynamique. Par définition, nous appelons 'système propre de ce corps' le système de référence dans lequel la quantité de mouvement totale du corps est nulle. Si nous désignons par $d\tau_0$ l'élément de volume de l'extension-en-phase $dx_0dy_0dz_0dp_{x0}dp_{y0}dp_{oz}$ relatif à une molécule et f_0 la fonction de distribution telle que $f_0d\tau_0$ soit le nombre de molécules dont le point représentatif est dans $d\tau_0$, nous avons pour l'énergie et la quantité de mouvement totales du corps dans son système propre

$$W_0 = \int \frac{m_0 c^2}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}} f_0 \, d\tau_0 \qquad \mathbf{G} = \int \frac{m_0 \bar{v}_0}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}} f_0 \, d\tau_0 \quad (2.1)$$

Dans un système de référence où l'ensemble du corps est en mouvement dans le sens de l'axe oz avec la vitesse βc, l'expression de l'énergie sera

$$W = \int \frac{m_0 c^2}{\sqrt{[1-(v^2/c^2)]}} f \, d\tau \qquad (2.2)$$

Mais il est bien connu et facile à démontrer que l'élément d'extension-en-phase est un invariant relativiste et que par suite il en est de même de f puisque $f d\tau$ doit être un nombre de molécules. De plus, les formules de transformation relativistes de la vitesse [voir plus loin formules (5.1)] permettent de démontrer aisément que l'on a

$$\frac{1}{\sqrt{[1-(v^2/c^2)]}} = \frac{1}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}} \cdot \frac{1+(\beta/c)\, v_{oz}}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \qquad (2.3)$$

Il en résulte que, puisque $f d\tau = f_0 \, d\tau_0$

$$W = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \int \frac{m_0 c^2}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}} [1+(\beta/c)\, v_{oz}] f_0 \, d\tau_0 \qquad (2.4)$$

Or, d'après la seconde équation (2.1) qui exprime la nullité de la quantité de mouvement totale du corps dans son système propre, l'intégrale du terme en v_{oz} dans (2.4) est nulle et il reste

$$W = \frac{W_0}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \qquad (2.5)$$

L'on peut donc définir une masse propre totale M_0 du corps en posant

$$W_0 = M_0 c^2 = \int \frac{m_0 c^2}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}} f_0 \, d\tau_0 \qquad (2.6)$$

telle que $W = M_0 c^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$.

Le résultat ainsi obtenu est fondamental. Il signifie que l'on peut attribuer à un corps chaud en équilibre thermodynamique une masse propre globale M_0 telle que l'énergie $M_0 c^2$ représente dans le système propre l'ensemble des énergies de masse des particules et de leur énergie d'agitation calorifique. En somme le résultat d'Einstein 'bloque' ensemble d'une façon inséparable l'énergie de masse propre des molécules et la chaleur contenue dans le corps. C'est là une des raisons qui m'ont amené dans ma Thermodynamique cachée des particules à considérer la masse propre comme une grandeur de même nature physique que la chaleur et qui constitue une sorte d'énergie calorifique cachée. On est ainsi amené à considérer la grandeur $M_0 c^2$ définie par (2.6) comme une quantité de chaleur.

3. *Démonstration de la Formule* $Q = Q_0\sqrt{(1 - \beta^2)}$

Pour justifier la formule de transformation $Q = Q_0\sqrt{(1 - \beta^2)}$ qui, nous l'avons vu, entraine la formule $T = T_0\sqrt{(1 - \beta^2)}$, nous présenterons le raisonnement de Planck et Laue sous la forme suivante qui en fait bien ressortir le point essentiel.

Envisageons un corps C contenant de la chaleur qui est initialement en repos dans un certain système de référence R. Son énergie interne est, d'après le théorème d'Einstein, $W_0 = M_0 c^2$ et nous admettons que nous pouvons assimiler W_0 à une quantité de chaleur Q_0. Considérons d'abord un premier processus de mise en mouvement du corps C dans le système de référence R en supposant que l'équilibre thermodynamique reste constamment réalisée. Nous augmentons d'abord sa chaleur interne de δQ_0, puis nous l'accélérons de façon à ce qu'il ait finalement une vitesse constante βc. Il a ainsi à la fin de l'opération une énergie égale à

$$W_1 = \frac{Q_0 + \delta Q_0}{\sqrt{(1 - \beta^2)}}$$

Considérons ensuite un second processus d'accélération du corps C dans le système R. Nous commençons par mettre le corps d'énergie interne Q_0 en mouvement avec la vitesse βc et, par conséquent, avec l'énergie $Q_0/\sqrt{(1 - \beta^2)}$. Nous lui communiquons ensuite une quantité de chaleur δQ. Nous sommes alors tentés de raisonner de la manière suivante. Dans le second processus d'accélération le corps se trouve finalement dans un état de vitesse βc avec une énergie

$$W_2 = \frac{Q_0}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} + \delta Q$$

et, comme dans les deux processus envisagés les deux processus l'état initial et l'état final sont les mêmes, l'on peut écrire $W_1 = W_2$. On en tire l'équation $\delta Q = \delta Q_0/\sqrt{(1 - \beta^2)}$ et la formule de transformation $Q = Q_0/\sqrt{(1 - \beta^2)}$.

Mais ce raisonnement est faux. En effet, si à la fin du premier processus envisagé, le corps a bien la vitesse βc, à la fin du second processus, il n'a plus cette vitesse. La raison en est la suivante : quand nous fournissons au corps animé de la vitesse βc avec l'énergie

$Q_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ la chaleur δQ sans lui fournir de quantité de mouvement, nous augmentons sa masse propre sans faire varier sa quantité de mouvement $M_0\beta c/\sqrt{(1-\beta^2)}$, ce qui se traduit nécessairement par une diminution de sa vitesse. Pour que le corps conserve sa vitesse βc, il faut donc que, tandis qu'on lui fournit la quantité de chaleur δQ, il subisse l'action d'une force accélératrice qui maintienne constante sa vitesse. Mais cette force fournit aussi au corps une énergie de translation d'ensemble qu'il est facile de calculer. Si p désigne la quantité de mouvement du corps, on a $dp = f dt$ et le travail fourni par la force, donc l'énergie d'ensemble qu'elle communique au corps C est $fv dt = v dp$ pendant le temps dt. Comme nous supposons que la vitesse reste constante, l'énergie de mouvement fournie au corps pendant qu'il reçoit la quantité de chaleur δQ, à laquelle correspond dans le système propre une augmentation δQ_0 de son énergie, sera $\delta(vp)$ ce qui est égal à $\delta Q_0\beta^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et l'énergie finale du corps maintenu à la vitesse constante βc sera

$$W_2' = \frac{Q_0}{\sqrt{(1-\beta^2)}} + \delta Q + \frac{\delta Q_0 \beta^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}}$$

Et maintenant, l'état de vitesse final du corps C dans le premier processus et dans le second ainsi complété étant le même, nous pouvons écrire $W_1 = W_2'$ et nous obtenons

$$\frac{Q_0 + \delta Q_0}{\sqrt{(1-\beta^2)}} = \frac{Q_0}{\sqrt{(1-\beta^2)}} + \delta Q + \frac{\delta Q_0 \beta^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{3.1}$$

d'où nous tirons $\delta Q = \delta Q_v\sqrt{(1-\beta^2)}$, ce qui implique la formule de transformation

$$Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)} \tag{3.2}$$

Finalement le raisonnement de Planck et Laue que l'on peut présenter de diverses façons nous parait toujours conduire quand il est correctement fait à la formule (3.2) dont découle, en raison de l'invariance de l'entropie, la formule $T = T_0\sqrt{(1-\beta^2)}$. Mais il amène aussi à décomposer l'énergie $M_0c^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$ d'un corps chaud en mouvement par la formule visiblement vérifiée

$$\frac{M_0c^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} = M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)} + \frac{M_0v^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{3.3}$$

qui a bien la forme $W = Q + E_t$ annoncée au Section 1 si l'on pose

$$Q = M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)} = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$$

$$E = \frac{M_0v^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} = \frac{Q_0\beta^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{3.4}$$

On voit ainsi que l'énergie totale du corps chaud en mouvement est la somme de l'énergie interne de chaleur qu'il transporte dans son intérieur et de son énergie de translation d'ensemble. On le verra mieux encore par le calcul qui sera fait au paragraphe suivant.

On peut se demander d'om provient la force f qui maintient constante la vitesse du corps quand on lui fournit de la chaleur. La réponse à cette question sera donnée au Section 5.

4. *Démonstration des Formules* (3.3) *et* (3.4) *à L'aide d'un Modèle Simplifié d'un Corps Contenant de la Chaleur*

Dans une note récente (de Broglie, 1966), j'ai considéré un modèle très simple de corps contenant de la chaleur et retrouvé les formules (3.3) et (5.2) d'une manière qui me parait bien montrer leur origine.

Dans ce raisonnement, je considère dans un système de référence galiléen R_0 un corps C formé de N particules de même masse propre m_0 se déplaçant le long de l'axe ox avec la vitesse $+v_0$ et de N particules de masse propre m_0 se déplaçant le long du même axe ox avec la vitesse $-v_0$ de sorte que la quantité de mouvement totale des particules du corps C soit nulle dans R_0.

Nous avons vu précédemment que les formules de transformation relativiste de la vitesse quand on passe du système de référence R_0 à un système où le corps C a la vitesse βc le long de l'axe des x conduit à la formule (2.3). Si nous permutons dans cette formule le rôle des vitesses v et v_0, nous voyons facilement que l'on peut écrire

$$\frac{1}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}} = \frac{1}{\sqrt{[1-(v^2/c^2)]}} \cdot \frac{1 \mp \beta(v/c)}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{4.1}$$

formule où l'on doit prendre le signe $-$ si v_0 est dans le sens ox et le signe $+$ si v_0 est en sens inverse de ox et où v a une valeur v_1 dans le premier cas et une valeur v_2 dans le second cas.

Dans le système de référence R_0, on a

$$W_0 = Q_0 = \frac{2Nm_0 c^2}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)}} \tag{4.2}$$

en admettant que l'énergie interne d'agitation de C a le caractère d'une chaleur. Dans le système de référence R, on aura pour les particules de vitesse propre v_0

$$\frac{Nm_0 c^2}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}} = \frac{Nm_0 c^2}{\sqrt{[1-(v_1{}^2/c^2)]}} \frac{1-(\beta/c)\, v_1}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{4.3}$$

Au contraire, pour les particules de vitesse propre $-v_0$, on a

$$\frac{Nm_0c^2}{\sqrt{[1-(v_0{}^2/c^2)]}}=\frac{Nm_0c^2}{\sqrt{[1-(v_2{}^2/c^2)]}}\cdot\frac{1+(\beta/c)v_2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{4.4}$$

Or, en partant de la formule (2.3), on voit aisément que l'énergie totale du corps C dans le système de référence R est

$$W=\frac{Nm_0c^2}{\sqrt{[1-(v_1{}^2/c^2)]}}+\frac{Nm_0c^2}{\sqrt{[1-(v_2{}^2/c^2)]}}\equiv\frac{Q_0}{\sqrt{(1-\beta^2)}}=\frac{W_0}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{4.5}$$

ce qui est bien la formule usuelle de transformation relativiste de l'énergie. Compte tenu des quatre formules précédentes, on obtient alors

$$W_0=Q_0=\frac{W}{\sqrt{(1-\beta^2)}}-\frac{\beta c}{\sqrt{(1-\beta^2)}}\left[\frac{Nm_0v_1}{\sqrt{[1-(v_1{}^2/c^2)]}}-\frac{Nm_0v_2}{\sqrt{[1-v_2{}^2/c^2)]}}\right] \tag{4.6}$$

d'où l'on tire

$$W=Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}+\beta c\left[\frac{Nm_0v_1}{\sqrt{[1-(v_1{}^2/c^2)]}}-\frac{Nm_0v_2}{\sqrt{[1-(v_2{}^2/c^2)]}}\right] \tag{4.7}$$

Or l'on voit aisément que la quantité entre crochet dans (4.7) est égale à la quantité de mouvement de C dans R, c'est à dire à $W_0\beta c/c^2\sqrt{1-\beta^2}$. Nous voyons donc que nous pouvons écrire l'équation (4.7) sous la forme

$$\frac{M_0c^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}}=M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)}+\frac{M_0\beta^2c^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{4.8}$$

qui est autre chose que l'équation fondamentale (3.3).

Nous arrivons ainsi à l'idée suivante: 'Nous pouvons dire que l'énergie interne W_0 d'un corps en équilibre a le caractère d'une énergie de chaleur chaque fois qu'elle est due à des mouvements internes dont la quantité de mouvement totale est nulle dans le système de référence propre du corps.' Cette définition d'un corps contenant de la chaleur est applicable à un corps de structure très simple comme on le voit par exemple en faisant $N = 1$ dans le raisonnement précédent. Mais dans ce cas, s'il est possible d'attribuer au corps une chaleur interne, il est douteux qu'on puisse lui attribuer une température et une entropie. C'est pourquoi dans ma Thermodynamique cachée des particules, j'ai été amené à considérer une particule comme contenant un mouvement interne ayant le caractère d'une chaleur cachée, mais sans lui attribuer une température et une entropie propres. Je reviendrai sur ces questions dans la deuxième partie de cet exposé.

Le raisonnement précédent a l'avantage de montrer très nettement que la formule (4.8) doit s'interpréter en disant que l'énergie totale d'un corps chaud en mouvement avec la vitesse βc se décompose en une énergie calorifique interne $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ que le corps transporte avec lui dans son intérieur et en une énergie de translation d'ensemble $E_t = M_0\beta^2c^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$. Cette énergie de translation d'ensemble diffère de l'énergie cinétique $M_0c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)}-1]$ habituellement considérée en Dynamique de la Relativité. Néanmoins cela ne veut pas dire que la quantité $M_0c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)}-1]$ n'ait pas une signification intéressante. C'est ce que nous montrerons plus loin au Section 7.

5. *Impossibilité d'Admettre la Formule* $Q = Q_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$

Plusieurs des auteurs qui ont contesté la formule $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$, guidés par une fausse analogie entre l'énergie totale d'un corps et l'énergie d'agitation interne ayant le caractère d'une chaleur, ont cherché à démontrer la formule $Q = Q_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$. En développant une idée qui nous a été suggérée par M. Georges Lochak, nous allons montrer, par un raisonnement très simple, que la formule $Q = Q_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ parait inacceptable.

Considérons un corps C qui, dans son système propre R_0 contient une quantité de chaleur $Q_0 = M_0c^2$. Une molécule M de ce corps possède dans R_0 à un instant donné une vitesse v_0. Passons maintenant à un système de référence R où le corps C a une vitesse d'ensemble βc dans le sens de l'axe des z. Les formules classiques de transformation relativiste de la vitesse nous donnent pour les composantes de la vitesse de la molécule M dans R

$$v_x = \frac{v_{ox}\sqrt{(1-\beta^2)}}{1+\beta(v_{oz}/c)} \qquad v_y = \frac{v_{oy}\sqrt{(1-\beta^2)}}{1+\beta(v_{oz}/c)} \qquad v_z = \frac{v_{oz}+\beta c}{1+\beta(v_{oz}/c)} \tag{5.1}$$

On voit tout de suite que si β vers 1, on a

$$v_x \to 0 \qquad v_y \to 0 \qquad v_z \to c \tag{5.2}$$

Dans le système R, plus β est voisin de 1, plus v est voisine de c dans le sens oz. Cela signifie que, plus la vitesse du corps est voisine de c, plus la vitesse *relative* de la molécule M dans le système R à l'instant t à l'intérieur du corps devient petite. Autrement dit, quand β vers 1, toute l'énergie du corps tend à devenir une énergie de translation d'ensemble, l'énergie d'agitation interne tendant vers zéro, comme d'ailleurs cela se lit facilement sur la formule (3.3).

Si la quantité de chaleur contenue dans C est Q_0 dans son système propre, on doit avoir une formule de transformation du type

$$Q = Q_0 f(v^2) \tag{5.3}$$

car la fonction f ne doit évidemment pas dépendre du sens de la vitesse. D'après ce qui précède, f, qui est évidemment égale à 1 pour $\beta = 0$, doit tendre vers zéro quand β tend vers 1. Cela rend évidemment impossible d'admettre que l'on ait $Q = Q_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$.

6. *La Formule $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ et la Dynamique du Corps à Masse Propre Variable*

Nous voulons maintenant montrer que la formule $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ est étroitement apparentée à la Dynamique du corps à masse propre variable comme on pouvait d'ailleurs le prévoir. Pour éviter d'avoir à faire l'analyse assez compliquée de ce qui se passe dans un corps étendu accéléré, nous nous bornerons à appliquer cette Dynamique au cas d'un corps quasi-ponctuel de très petites dimensions auquel il est possible d'assimiler une particule, ce qui pour nous est ici l'essentiel.

Pour établir les équations du mouvement d'un corps quasi-ponctuel à masse propre variable en l'absence de forces extérieures, nous partirons de l'expression de la fonction de Lagrange pour un corps de masse propre M_0 dont l'expression relativiste est

$$\mathscr{L} = -M_0 c^2 \sqrt{(1-\beta^2)} \quad (\beta = v/c) \tag{6.1}$$

Si l'on écrit que, d'après le principe de moindre action, l'on doit avoir

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \mathscr{L}\, dt = 0$$

on en tire par un calcul bien connu en désignant par $p_k = \partial\mathscr{L}/\partial\dot{q}_k$ les composantes de la quantité de mouvement

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{q}_k}\right) = \frac{dp_k}{dt} = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_k} \quad (k = 1, 2, 3) \tag{6.2}$$

ce qui donne

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{M_0 \mathbf{v}}{\sqrt{(1-\beta^2)}}\right) = -c^3\sqrt{(1-\beta^2)}\,\mathbf{grad}\, M_0 \tag{6.3}$$

Où le second membre peut être interprété comme une force intrinsèque due à la variation de la masse propre. La symétrie relativiste entre l'espace et le temps conduit à adjoindre à (6.3) l'équation de variation de l'énergie

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{M_0 c^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}}\right) = c^2\sqrt{(1-\beta^2)}\frac{\partial M_0}{dt} \tag{6.4}$$

De (6.3) et (6.4), on tire

$$\frac{dW}{dt} - \mathbf{v}\cdot\frac{d\mathbf{p}}{dt} = c^2\sqrt{(1-\beta^2)}\frac{dM_0}{dt} \tag{6.5}$$

car

$$\frac{dM_0}{dt} = \frac{\partial M_0}{\partial t} + \mathbf{v}\,.\,\mathbf{grad}\, M_0$$

Or nous avons

$$\begin{aligned} \mathbf{v}\cdot\frac{d\mathbf{p}}{dt} &= \frac{d}{dt}\mathbf{v}\,.\,\mathbf{p} - \mathbf{p}\cdot\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\mathbf{v}\,.\,\mathbf{p} - \frac{M_0\mathbf{v}}{\sqrt{(1-\beta^2)}}\cdot\frac{d\mathbf{v}}{dt} \\ c^2\sqrt{(1-\beta^2)}\frac{dM_0}{dt} &= \frac{d}{dt}[M_0 c^2\sqrt{(1-\beta^2)}] + \frac{M_0\mathbf{v}}{\sqrt{(1-\beta^2)}}\cdot\frac{d\mathbf{v}}{dt} \end{aligned} \tag{6.6}$$

En portant les expressions (6.6) dans (6.5), il vient

$$\frac{d}{dt}[W - \mathbf{v}\,.\,\mathbf{p} - M_0 c^2\sqrt{(1-\beta^2)}] = 0 \tag{6.7}$$

Si au début le corps quasi-ponctuel est au repos dans le système de référence R où nous effectuons le calcul, le crochet de (6.7) est alors nul car $\beta = 0$, $W_0 = M_0 c^2$. Nous avons donc à tout instant du mouvement ultérieur du corps dans R

$$W - \mathbf{v}\,.\,\mathbf{p} - M_0 c^2\sqrt{(1-\beta^2)} = 0 \tag{6.8}$$

ce qui est encore l'équation fondamentale (3.3) entrainant

$$Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}.$$

En démontrant la formule $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ par le raisonnement du Section 3, nous nous étions demandé d'om provenait la force qui permet de maintenir la vitesse constante quand on fournit au corps de la chaleur. Nous voyons maintenant que c'est la force due à la variation de la masse propre qui assure à chaque instant la validité de l'équation (6.8).

7. *Signification de l'Energie Cinétique Relativiste Habituelle $M_0 c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)}-1]$ dans le cas d'un Corps Contenant de la Chaleur*

Nous avons vu que la formule fondamentale (6.8) de la Thermodynamique relativiste conduit à penser que la véritable énergie de translation d'ensemble d'un corps chaud de masse propre globale M_0 en mouvement avec la vitesse $v=\beta c$ est $M_0 v^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$, alors que la Dynamique relativiste, telle qu'on l'enseigne habituellement, appelle énergie cinétique d'un tel corps l'expression $M_0 c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)}-1]$. La différence des deux expressions provient de ce que la Dynamique relativiste usuelle ne tient pas compte de la chaleur contenue dans le corps en mouvement et est amenée pour cette raison à définir l'énergie cinétique par la différence entre l'énergie totale du corps en mouvement $M_0 c^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et son énergie au repos $M_0 c^2$. Il est important de se rendre compte de la signification de l'expression $M_0 c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)}-1]$ quand on adopte les idées de la Thermodynamique relativiste.

Considérons d'abord le choc frontal de deux corps de même masse propre M_0. Nous supposons que les deux corps animés d'une même vitesse βc viennent de rencontrer de plein fouet. Si, après le choc, les deux corps s'immobilisent, la conservation de l'énergie exige que leur énergie de mouvement d'ensemble se soit transformée en chaleur interne, c'est à dire en augmentation de la masse propre. Le processus pouvant être considéré comme parfaitement symétrique par rapport aux deux corps, chacun d'eux a finalement une énergie de masse propre $M_0' c^2 = M_0 c^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et l'on aura

$$M_0' c^2 - M_0 c^2 = M_0 c^2\left(\frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)}}-1\right) \tag{7.1}$$

On voit donc que la grandeur $M_0 c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)}-1]$ mesure la quantité d'énergie de chacun des deux corps qui à la suite du choc se trouve transformée en chaleur à l'intérieur du corps. Cette grandeur a donc un sens physique net bien qu'elle ne soit pas égale à l'énergie de translation que le corps possédait avant le choc.

Un autre exemple est celui d'un corps de masse propre M_0 et de vitesse βc qui vient frapper un autre corps en revenant lui-même au repos avec une masse propre $M_0' > M_0$, donc avec une augmentation de sa chaleur interne. Il cède alors au corps qu'il choque l'énergie $M_0 c^2/\sqrt{(1-\beta^2)} - M_0' c^2$ sous forme de chaleur ou d'énergie cinétique et l'énergie ainsi récupérée par l'ensemble des deux corps à partir de l'énergie de translation initiale du corps qui s'immobilise sera

$M_0'c^2 - M_0c^2 + M_0c^2/\sqrt{(1-\beta^2)} - M_0'c^2$, c'est à dire encore $M_0c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)} - 1]$.

D'une façon générale, on peut dire que, quand un corps C heurte un corps C' en revenant lui-même au repos, la grandeur $M_0c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)} - 1]$ mesure la quantité d'énergie qui est 'récupérée' à partir de l'énergie de translation du corps dans son mouvement initial soit sous forme d'augmentation de chaleur interne dans le corps C, soit sous forme de transmission d'énergie (chaleur ou énergie de mouvement) au corps C'. Cette interprétation qui ne fait intervenir que l'énergie globale $M_0c^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$ du corps de masse propre M_0 en mouvement avec la vitesse βc n'est aucunement en contradiction avec le fait exprimé par la formule (6.8) que cette énergie se décompose en une chaleur interne $M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)}$ et en une énergie de translation d'ensemble $M_0v^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$. Elle montre bien la signification respective des deux grandeurs

$$\frac{M_0v^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \quad \text{et} \quad M_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)}} - 1\right]$$

Dans un raisonnement très intéressant fait autrefois par Paul Langevin pour montrer que la Dynamique relativiste pouvait se déduire de la Cinématique relativiste, raisonnement dont on peut trouver l'exposé dans le livre de Jean Perrin 'A la surface des choses', Fascicule 6, Hermann Paris 1931, pp. 54 et 55, Langevin envisage le choc frontal de deux corps identiques de même masse propre M_0 et de vitesse $v = \beta c$ qui s'immobilisent avec un dégagement de chaleur $f(v^2)$ dans chacun des deux corps, ce qui est précisément le premier problème envisagé plus haut. Il montre alors par un assez long raisonnement que l'on a $f(v^2) = M_0c^2[1/\sqrt{(1-\beta^2)} - 1]$ et considère que ce résultat est bien en accord avec la Dynamique relativiste. Le résultat de Langevin est bien exact et tout à fait conforme à ce que nous avons dit plus haut sur le choc frontal de deux corps, mais on ne doit pas le considérer comme prouvant que $f(v^2)$ est l'énergie de translation d'ensemble de chacun des deux corps avant le choc frontal si ces corps contiennent déjà de la chaleur.

II. LA THERMODYNAMIQUE CACHEE DES PARTICULES

8. *Assimilation de l'Energie Propre d'une Particule à une Chaleur Cachée*

Le théorème fondamental d'Einstein exposé dans le Section 2 et toutes les considérations de Thermodynamique relativiste développées dans la première partie de cet article m'ont amené à supposer que l'énergie de masse propre m_0c^2 d'une particule devait être assimilée à une quantité de chaleur contenue dans cette particule. Cette hypothèse nous amène à considérer la masse propre m_0 d'une particule sous deux aspects différents:

(a) Nous pouvons à l'aide de m_0 définir les composantes du tenseur énergie-impulsion par la particule en mouvement avec la vitesse $v = \beta c$ par les formules

$$\frac{W}{C} = \frac{m_0 c}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \qquad p_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \cdots \tag{8.1}$$

Le carré de la longueur de ce quadrivecteur est $(W^2/c^2) - p^2 = m_0 c^2$, ce qui, puisque ce carré est le même quel que soit β, montre qu'il est un invariant comme cela doit être.

(b) Ce qui vient d'être dit est tout à fait classique. Ce qui l'est moins, c'est que, si l'on considère l'énergie m_0c^2 comme une énergie de chaleur contenue dans la particule, cette énergie calorifique interne a, dans le système de référence où la particule est en mouvement avec la vitesse βc, la valeur $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)} = m_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)}$. La particule nous apparait alors comme un petit réservoir de chaleur en mouvement avec la vitesse βc.

Nous allons maintenant montrer comment ces conceptions se raccordent avec celles qui m'avaient autrefois conduit à la découverte de la Mécanique ondulatoire et nous verrons alors comment le double rôle que peut jouer la masse propre, comme nous venons de le montrer, correspond à la coexistence de l'onde et de la particule.

9. *Les Idées de Base de la Mécanique Ondulatoire*

Quand j'ai découvert la Mécanique ondulatoire (de Broglie, 1923, 1924), j'ai été guidé par l'idée de faire une véritable synthèse physique valable pour toutes les particules de la coexistence de l'image ondulatoire et de l'image corpusculaire comme Einstein l'avait tenté pour les photons dans sa théorie des quanta de lumière. Je ne mettais pas un instant en doute le caractère de réalité physique de l'onde et la localisation de la particule dans l'onde.

Une remarque m'avait alors beaucoup frappé. La phase d'une onde plane monochromatique

$$2\pi\left(\nu t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{v}\right) = 2\pi\nu\left(t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{\lambda}\right)$$

permet de définir un quadrivecteur 'Onde' de composantes ν/c, $\alpha\nu/v$, $\beta\nu/v$, $\gamma\nu/v$. Cela montre que la fréquence ν de l'onde se transforme comme une énergie par la formule $\nu = \nu_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ alors que la fréquence d'une horloge se transforme suivant la formule différente $\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ comme cela résulte de la théorie relativiste du ralentissement des horloges.

J'avais alors remarqué que le quadrivecteur défini par le gradient de la phase d'une onde monochromatique pouvait être mis en relation avec le quadrivecteur énergie-impulsion d'une particule en introduisant la constante h de Planck et en posant

$$W = h\nu \qquad p = h/\lambda \tag{9.1}$$

J'étais donc amené à imaginer que la particule constamment localisée en un point de l'onde plane monochromatique possédait cette énergie W et cette quantité de mouvement p et qu'elle décrivait un des rayons rectilignes de l'onde plane.

Mais j'avais aussi remarqué que, si la particule est considérée comme contenant au repos une énergie interne $m_0c^2 = h\nu_0$, il était naturel de l'assimiler à une petite horloge de fréquence propre $h\nu_0$ de sorte que, quand elle est en mouvement avec la vitesse βc, sa fréquence différente de celle de l'onde était $\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta^2)}$. J'avais alors facilement démontré qu'au cours du mouvement de la particule dans son onde, la vibration interne de la particule restait constamment en phase avec celle de l'onde.

On voit ainsi déjà clairement l'analogie qui existe entre la différence des formules de transformation relativiste pour l'énergie $W = W_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et pour la chaleur $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ en Thermodynamique et la différence qui m'avait tant frappé autrefois entre les formules de transformation relativiste pour la fréquence d'une onde $\nu = \nu_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et pour la fréquence d'une horloge $\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta^2)}$. Cette constatation révèle l'existence d'un lien très profond entre la Thermodynamique relativiste et les idées physiques qui ont été à l'origine de la découverte de la Mécanique ondulatoire.

Mais l'exposé fait dans ma thèse avait l'inconvénient de ne s'appliquer qu'au cas particulier de l'onde plane monochromatique qui n'est jamais rigoureusement réalisée en raison de l'existence inévitable d'une 'largeur spectrale'. Peu de temps après ma thèse, j'ai été amené à aller plus loin et à généraliser les idées qui m'avaient guidé dans ce travail d'une part en considérant le cas d'une onde qui n'est pas plane monochromatique, d'autre part en distinguant l'onde physique réelle de ma théorie de l'onde fictive à signification statistique et arbitrairement normée qu'à la suite des travaux d'Erwin Schrödinger et de Max Born on commençait à introduire systématiquement dans les exposés de la Mécanique ondulatoire. C'est ainsi que mes réflexions m'ont amené à exposer dans un article du *Journal de Physique* de Mai 1927 (de Broglie, 1927) sous le nom de 'théorie de la double solution' une nouvelle interprétation de la Mécanique ondulatoire et à généraliser pour le cas d'une onde quelconque la loi du mouvement de la particule que j'avais envisagée dans le cas particulier de l'onde plane monochromatique.

10. *La Théorie de la Double Solution et la Loi du Guidage*

Je n'esposerai pas ici en détail la théorie de la double solution et je renvoie le lecteur aux exposés que j'ai publiés sur ce sujet depuis que, après les avoir longtemps abandonnées, j'ai repris les idées esquissées dans mon article de 1927 (de Broglie, 1956, 1957, 1960, 1963, 1966). Je veux seulement indiquer les deux idées principales sur lesquelles repose cette théorie.

(a) L'onde devant, selon moi, être une onde physique de très petite amplitude qui ne peut évidemment pas être arbitrairement normée doit donc être distincte de l'onde ψ normée à signification statistique du formalisme habituel de la Mécanique quantique. Je désigne par v l'onde physique et je relie l'onde ψ à l'onde v par la relation $\psi = Cv$, où C est un facteur de normalisation. C'est cette distinction, à mon avis essentielle, entre les deux solutions v et ψ de l'équation des ondes qui m'avait fait donner à cette théorie le nom de théorie de la double solution. Pour une étude plus approfondie de cette question, je renvoie aux publications indiquées ci-dessus (de Broglie, 1956, 1957, 1960, 1963, 1966).

(b) Pour moi la particule toujours bien localisée dans l'espace au cours du temps constitue dans l'onde v une très petite région de haute concentration de l'énergie que l'on peut en première approximation se représenter comme une sorte de singularité mobile. Des considérations qu'il serait trop long de reproduire ici conduisent à admettre que le mouvement de la particule dans son onde doit être défini comme il suit. Si la solution complexe de l'équation des ondes qui représente l'onde v (ou si l'on préfère l'onde ce qui revient au même en raison de la relation $\psi = Cv$) est écrite sous la forme

$$v = a(x, y, z, t) \exp [(i/\hbar)\, \varphi(x, y, z, t)] \tag{10.1}$$

où a et φ sont des fonctions réelles, l'énergie W et la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ de la particule quand elle occupe la position xyz à l'instant t sont données par

$$W = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \qquad \mathbf{p} = -\mathbf{grad}\, \varphi \tag{10.2}$$

ce qui donne lieu dans le cas de l'onde monochromatique plane où

$$\varphi = h\nu\left(t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{\lambda}\right)$$

les expressions (9.1) de W et de $\mathbf{p}$ précédemment indiquées. Si dans les formules générales (10.2), on écrit W et $\mathbf{p}$ sous la forme $W = M_0 c^2/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et $\mathbf{p} = M_0 \mathbf{v}/\sqrt{(1-\beta^2)}$, on obtient

$$v = \frac{c^2 \mathbf{p}}{W} = -c^2 \frac{\mathbf{grad}\,\varphi}{\partial\varphi/\partial t} \tag{10.3}$$

On peut appeler cette formule qui détermine le mouvement de la particule en chaque point de sa trajectoire 'la formule du guidage' de la particule par son onde. Elle se généralise facilement si la particule est soumise à un champ extérieur.

La théorie montre alors facilement que la masse M_0 qui figure dans les expressions de W et de $\mathbf{p}$ n'est pas égale à la masse propre usuelle m_0 de la particule. On la trouve égale à $M_0 = m_0 + (q_0/c^2)$ où q_0 est, dans le système propre de la particule, un accroissement de la masse propre de celle-ci que les idées développées précédemment nous conduisent à assimiler à un accroissement de la quantité de chaleur interne cachée dans la particule.

Dans le cas où l'on décrit la propagation de l'onde par l'équation relativiste de Klein-Gordon, on trouve

$$M_0 = \sqrt{[m_0{}^2 + (\hbar^2/c^2)\,\Box\, a]} \quad (\hbar = h/2\pi) \tag{10.4}$$

ce qui permet de calculer en chaque point et à chaque instant la grandeur. A l'approximation newtonienne, alors représentée par l'équation de Schrödinger, on a

$$q = q_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\Delta a}{a} \tag{10.5}$$

C'est là le 'potentiel quantique' de la théorie de la double solution.

Il est d'ailleurs facile de généraliser la théorie du guidage au cas de l'électron obéissant aux équations de Maxwell complétées par de très petits termes de masse [voir (2.5) et (3.1)].

Quand la particule se déplace dans son onde suivant la loi du guidage, si l'onde n'est pas monochromatique plane, sa masse propre M_0 varie constamment d'une façon qui est connue si l'on connait la formule de l'onde. Le mouvement de la particule sera donc régi par la Dynamique du corps à masse propre variable et, comme nous avons vu que cette Dynamique est intimement liée à la Thermodynamique relativiste, nous pressentons déjà que la théorie de la double solution va nous conduire à introduire des considérations de Thermodynamique en Mécanique ondulatoire. Nous allons voir cette idée se préciser dans les paragraphes suivants.

11. *La Formule du Guidage et la Thermodynamique Relativiste*

Introduisons maintenant le second point de vue (b) que nous avions indiqué au Section 8. Nous regardons alors la particule comme un petit objet qui se déplace dans son onde avec la vitesse définie par la formule du guidage (10.3) et qui, analogue à une petite horloge, possède une vibration interne de fréquence propre égale à $\nu_0 = M_0 c^2/h$. Pour un observateur qui verrait la particule se déplacer dans son onde avec la vitesse βc, cette fréquence interne serait égale à $\nu = \nu_0 \sqrt{(1-\beta^2)}$ d'après la formule de ralentissement des horloges en mouvement. Cela permet de démontrer facilement que, dans le cas général d'une onde qui n'est pas monochromatique plane, la vibration interne de la particule reste constamment en phase avec l'onde qui la porte. Ce résultat, qui contient comme cas particulier celui qui avait été obtenu dans le cas de l'onde monochromatique plane, peut être considéré comme le contenu essentiel de la formule de guidage.

Nous allons maintenant montrer que cet accord de phase entre la particule et son onde peut être considéré comme une conséquence de la Thermodynamique relativiste. En effet, la formule fondamentale (6.8) de la Thermodynamique relativiste qui résulte, nous l'avons vu, de l'application à une particule de la Dynamique du corps à masse propre variable, peut s'écrire sous la forme

$$M_0 c^2 \sqrt{(1-\beta^2)} = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{p} \tag{11.1}$$

Or, la théorie du guidage nous a appris que, si φ est la phase de l'onde écrite sous la forme a, $\exp[(i/\hbar)\varphi]$, nous avons

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \qquad -\mathbf{grad}\, \varphi = \frac{M_0 \mathbf{v}}{\sqrt{(1-\beta^2)}} \tag{11.2}$$

de sorte que nous pouvons écrire d'après (11.1)

$$M_0 c^2 \sqrt{(1-\beta^2)} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}\, \varphi = \frac{d\varphi}{dt} \tag{11.3}$$

Si la particule est assimilable à une horloge de fréquence propre interne $M_0 c^2/h$, la phase de cette vibration écrite sous la forme $a_1 \exp[(i/\hbar)\varphi_1$ sera $\varphi_1 = h\nu_0 \sqrt{(1-\beta^2)}\, t = M_0 c^2 \sqrt{(1-\beta^2)}\, t$ et l'on aura

$$\frac{d}{dt}(\varphi - \varphi_1) = 0 \tag{11.4}$$

Comme dans le système où la particule est immobile, on a $\varphi = \varphi_1$, l'on voit que l'on a constamment $\varphi_1 = \varphi$. Le principe de la théorie du guidage est donc contenu dans la formule fondamentale (3.3) de la Thermodynamique relativiste. Ceci est d'autant plus remarquable que la formule (3.3) résulte des travaux de Planck et de Laue qui ont été faits bien longtemps avant l'apparition de la Mécanique ondulatoire et de la théorie de la double solution.

12. *La Thermodynamique Cachée des Particules*

Commençons par résumer les idées qui se dégagent de ce qui précède.

Il est impossible de ne pas être frappé par le fait que la différence entre la formule de transformation relativiste de la fréquence d'une onde $\nu = \nu_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et celle de la fréquence d'une horloge $\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta^2)}$ est exactement la même que la différence entre la formule de transformation relativiste d'une énergie $W = W_0/\sqrt{(1-\beta^2)}$ et celle de la chaleur $Q = Q_0\sqrt{(1-\beta^2)}$. Si alors on adopte l'idée fortement suggérée par ce qui précède que l'énergie de masse propre d'une particule a le caractère d'une chaleur cachée, on voit que l'énergie interne d'une particule en mouvement avec la vitesse βc est $Q_0\sqrt{(1-\beta^2)} = M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)}$.

Mais nous savons que, pour une particule animée sur son onde de son mouvement de guidage, la masse propre M_0 varie en général constamment en raison de la variation de l'amplitude de l'onde le long de la trajectoire. La Dynamique de la particule est donc celle d'un corps à masse propre variable et nous savons qu'alors la particule est soumise à l'action d'une force due précisément à la variation de la masse propre. C'est cette force qui est représentée dans le formalisme de la double solution par l'intervention du potentiel quantique. La cohérence de toutes ces conceptions apparait donc très clairement.

Il est maintenant tout indiqué de raisonner comme il suit. La Dynamique relativiste nous apprend que la fonction de Lagrange d'une particule de masse M_0 en mouvement avec la vitesse βc est $\mathscr{L} = -M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)}$ et que l'intégrale d'Action est

$$\int \mathscr{L}\, dt = -\int M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)}\, dt$$

qui est invariante puisque $M_0c^2\sqrt{(1-\beta^2)}dt = M_0c^2dt_0$, dt_0 étant l'élément de temps propre de la particule. Il est donc tentant d'établir une relation entre les deux invariants fondamentaux que sont l'Action et l'Entropie, mais pour pouvoir le faire, il faut donner à l'intégrale d'Action une valeur bien définie en choisissant convenablement l'intervalle d'intégration sur le temps. Avec nos idées, il parait naturel de choisir comme intervalle d'intégration la période interne T de la particule dans le système de référence où elle a la vitesse βc. Comme l'on a $1/T = \nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta^2)}$, on définit ainsi l'intégrale 'cyclique' d'Action égale à†

$$A = \int_0^T - M_0 c^2 \sqrt{(1-\beta^2)}\, dt = -\frac{M_0 c^2}{\nu} \tag{12.1}$$

et l'on est amené pour définir l'entropie de l'état de la particule à la formule que nous interpréterons plus loin

$$\frac{S}{k} = \frac{A}{h} \tag{12.2}$$

d'où l'on tire

$$\delta S = -k\frac{\delta M_0 c^2}{h\nu_0} = -k\frac{\delta Q_0}{m_0 c^2} \tag{12.3}$$

puisque $Q_0 = M_0 c^2 - m_0 c^2$. Dans ces formules, k et h sont respectivement la constante de Boltzmann et celle de Planck.

Nous sommes ainsi parvenus à attribuer au mouvement de la particule dans son onde une certaine entropie et, par suite, une certaine probabilité P donnée par la formule de Boltzmann écrite sous la forme $= \exp(S/k)$.

De ces idées, j'ai pu tirer deux résultats qui me paraissent très importants pour l'interprétation de la Physique quantique: 1° Le principe de moindre Action n'est qu'un cas particulier du second principe de la Thermodynamique: 2° Le privilège, dont Schrödinger avait souligné le caractère paradoxal, que la Mécanique quantique actuelle attribue aux ondes monochromatiques planes et aux états stationnaires des systèmes quantifiés s'explique par le fait qu'ils correspondent à des maximums de l'entropie, les autres états étant non pas inexistants, mais seulement d'une moindre probabilité. Pour ces questions, je renvoie le lecteur à mes publications (de Broglie, 1964a, b).

13. *Le Thermostat Caché*

La conception thermodynamique d'une particule que nous venons d'esquisser conduit à penser qu'une particule, même quand elle nous parait isolée de tout corps macroscopique susceptible de lui fournir de la chaleur, est cependant constamment en contact thermique avec

† La pèriode Tayant une très petite valeur, je suppose ici que M_0 et β restent sensiblement constants pendant la durée de l'intégration.

une sorte de thermostat caché dans ce que nous appelons le vide. Quand une particule ou un ensemble de particules est en contact un thermostat de température T, on sait depuis les travaux de Boltzmann et de Gibbs que la probabilité pour que son énergie ait une valeur E est $P_0 \exp[-(E/kT)]$. Dans cette expression, P_0 est souvent appelée la 'probabilité a priori' et l'on dit que c'est la probabilité qu'aurait l'état considéré de la particule ou de l'ensemble des particules en l'absence de tout contact avec un thermostat macroscopique. Il nous semble que cette probabilité a priori P_0 est celle que nous avons définie au paragraphe précédent puisque, même quand elle nous parait isolée, toute particule est pour nous en contact avec le thermostat caché. Ce thermostat caché nous semble d'ailleurs pouvoir être assimilé au 'milieu subquantique' dont MM. Bohm et Vigier ont proposé, il y a plus de 10 ans, d'admettre l'existence (Bohm et Vigier, 1954) ou tout au moins faire partie de ce milieu subquantique.

Au cours de son mouvement de guidage, la masse propre M_0 de la particule varie en général constamment, ce que nous devons interpréter en disant qu'elle échange de la chaleur avec le thermostat caché. Les échanges de chaleur sont liés aux variations du potentiel quantique, c'est à dire aux variations de l'amplitude de l'onde au point où se trouve la particule, et l'on voit que c'est l'onde qui sert d'intermédiaire entre la particule et le thermostat caché.

Nous avons vu au Section 4 qu'un corps, même s'il a une structure très simple, peut être considéré comme contenant de la chaleur si dans son système propre il possède une énergie interne d'agitation calorifique sans avoir de quantité de mouvements d'ensemble. Il parait naturel de supposer qu'une particule est un système de ce genre et qu'il est préférable en raison de sa simplicité de ne pas lui attribuer une température et une entropie. Au contraire, le thermostat caché est par définition un système très complexe et on est amené à admettre qu'il fournit de la chaleur à la particule quand la masse propre de celle-ci augmente par variation positive du potentiel quantique $\delta q_0 = \delta M_0 c^2$ et qu'il reprend de la chaleur à la particule quand la masse propre de celle-ci diminue par variation négative du potentiel quantique. L'entropie définie par les formules (12.2) et (12.3) doit être l'entropie du thermostat caché et la quantité δq_0 est à la fois dans le système propre de la particule la variation du potentiel quantique et la variation δQ_0 de la chaleur interne de la particule. On peut donc écrire dans le système où la particule a la vitesse βc

$$\delta S = -\frac{\delta Q_0 \sqrt{(1-\beta^2)}}{T_0 \sqrt{(1-\beta^2)}} = -\frac{\delta Q}{T} \tag{13.1}$$